1 PAPER-II

UNIT-3

- Dielectric constant.
- Polar and Non Polar dielectrics.
- Dielectrics and Gauss's law.
- Dielectric Polarization.
- Electric Polarization vector P.
- Electric displacement vector D.
- Relation between ~~tree~~ three electric vectors.
- Dielectric Susceptibility and permittivity.
- Polarizability and mechanism of Polarization.
- Lorentz local field.
- Clausius mossotti equation.
- Debye equation.
- Ferroelectric and Paraelectric dielectrics.
- Steady current
- Current density J
- Non. steady currents and continuity equation.
- Rise and decay of current in LR, CR and LCR-circuits.
- Decay constants.
- AC circuits.
- Complex numbers and their applications in solving AC circuit problems.
- Complex impedence and reactance
- Series and ||el resonance
- Q-factor
- Power consumed by AC circuit
- Power factor.

(परावैद्युत के स्थूल तथा सूक्ष्म गुण)

Macro and micro Properties of Dielectrics }:-

Dielectrics, Steady and Alternating Currents:-

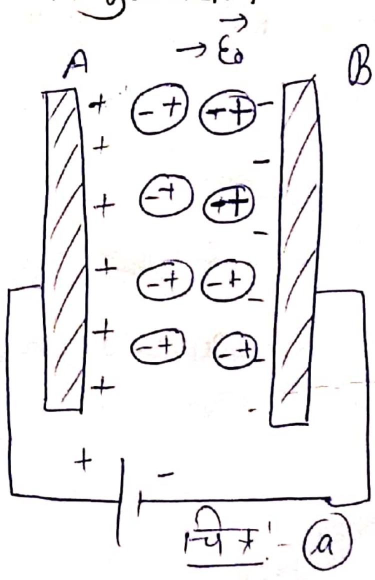
Dielectrics:- q आवेश के कारण उत्पन्न विद्युत क्षेत्र

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \cdot \hat{r} \qquad K = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 K} \cdot \frac{q}{r^2} \cdot \hat{r}$$

(2) **Parallel Plate capacitor field with a dielectric material**:-

$$K = \frac{\text{निर्वात / वायु की विद्युतशीलता}}{\text{पदार्थ की विद्युतशीलता}}$$



चित्र:- (a) (परावैद्युतांक) Dielectrics

वायु की विद्युतशीलता ε_0 है तो,

$$C_0 = \frac{\varepsilon_0 A}{t}$$

ε = परावैद्युतांक की विद्युतशीलता

A = Area of plate

t = distance b/w plates

$$\Rightarrow \boxed{C = \frac{K\varepsilon A}{t}}$$

(3) **Polarization and Polarization Vector** (ध्रुवणता) :-

चित्र: (a) से $\vec{P}_{in} \propto \vec{E_0}$ {P_{in} ⇒ internal}

(2) अतः माध्यम में :-

$\varepsilon_0 = \varepsilon K$

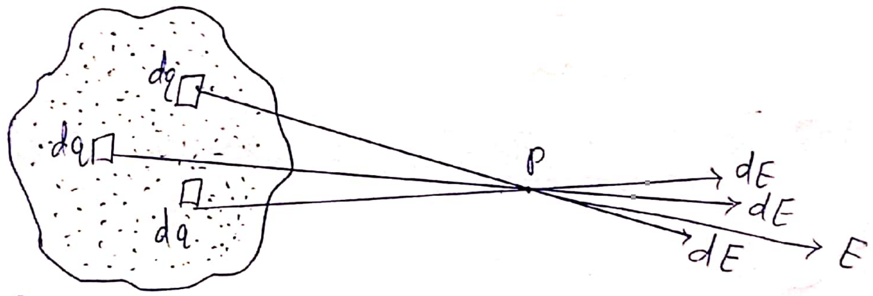
जहाँ ε उस माध्यम की निरपेक्ष विद्युतशीलता है और K माध्यम का परावैद्युतांक है।

<u>समी. (4) से :-</u>

$$\boxed{F = \frac{1}{4\pi \varepsilon K} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2} \cdot \hat{r}\ N} \text{ ——— (5)}$$

<u>Que</u> (2) Calculations ~~for~~ of E for Simple distribution of <u>Charges at rest</u> :-

<u>Que</u>:- आवेशों के वितरण से क्या अभिप्राय है ? रैखिक आवेश घनत्व, पृष्ठीय आवेश घनत्व, आयतन आवेश घनत्व की व्याख्या करें ?



धातु को आवेशित करने पर संपूर्ण पृष्ठ में बिंदु P पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता I ज्ञात करने के लिए किसी सूक्ष्म अवयव पर आवेश dq है

माना कि $dq = r$

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{dq}{r^2} \cdot \hat{r}$$

<u>दोनों पक्षों में समाकलन करने पर :</u>

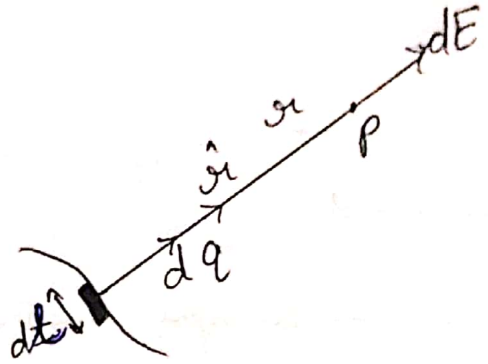
$$\int d\vec{E} = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{dq}{r^2} \cdot \hat{r}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2} \cdot \hat{r} \text{ ——— (1)}$$

Scanned with CamScanner

स्थिति :-

① **रैखिक आवेश घनत्व** :- चालक की एकांक लंबाई में उपस्थित आवेश को रैखिक आवेश घनत्व कहते हैं। इसे λ से Show करते हैं। इसका मात्रक Column/m है।



चालक की सूक्ष्म लम्बाई dl है तथा चालक की कुल लम्बाई l है तो चालक पर कुल आवेश -

$$q = \int_0^l \lambda \, dl$$

$$q = \lambda l$$

संपूर्ण आवेश के कारण बिन्दु P पर कुल विद्युत क्षेत्र की तीव्रता

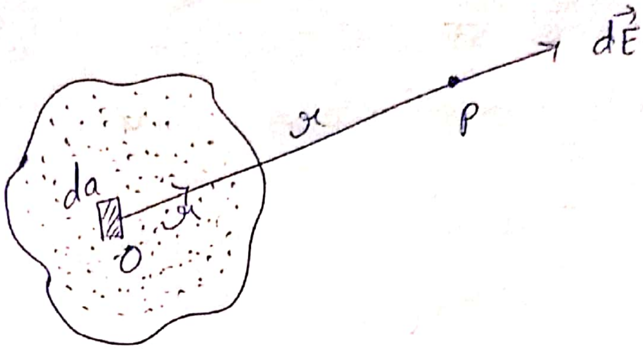
समी० (1) से

$$\boxed{\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\lambda l}{r^2} \cdot \hat{r}}$$

② **पृष्ठीय आवेश घनत्व** :- यदि आवेश का वितरण किसी चालक के पृष्ठ पर होता है तो चालक के एकांक क्षेत्र में उपस्थित आवेश को पृष्ठीय आवेश घनत्व कहते हैं। इसे σ से प्रदर्शित करते हैं।

इसका मात्रक Column/m^2 है।

(3)



यदि किसी चालक के बिन्दु O पर पृष्ठीय आवेश घनत्व σ है, तो बिन्दु O के समीप अतिसूक्ष्म पृष्ठ क्षेत्र da में उपस्थित आवेश -

$$= \sigma da$$

चालक के सम्पूर्ण पृष्ठ पर आवेश

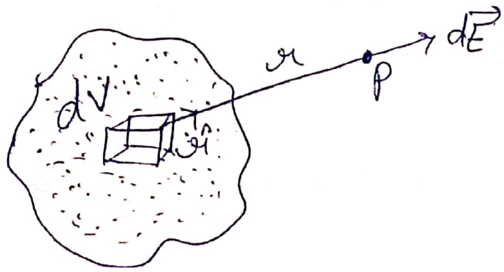
$$q = \iint_S \sigma . da$$

$$\Rightarrow q = \sigma A$$

समी॰ (1) से :- पृष्ठ आवेश के कारण बिंदु P पर कुल विद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$\boxed{\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\sigma A}{r^2} \cdot \hat{r}}$$

(3) आयतन आवेश घनत्व :- यदि आवेश का वितरण किसी चालक के संपूर्ण आयतन में होता है तो चालक के एकांक आयतन में उपस्थित आवेश को आयतन आवेश घनत्व कहते हैं, इसे ρ से व्यक्त करते हैं। इसका मात्रक Column/m³ है।



यदि किसी चालक के आयतन में किसी बिंदु पर आयतन आवेश घनत्व ρ है तो इस बिंदु के चारों ओर अति सूक्ष्म आयतन dV में उपस्थित आवेश $= \rho dV$

संपूर्ण चालक में उपस्थित आवेश

$$q = \iiint_V \rho \, dV$$

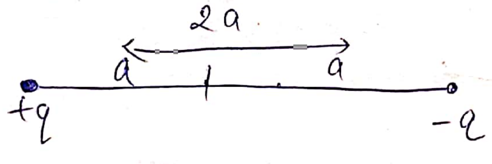
$$q = \rho V$$

वितरित आयतन आवेश के कारण बिंदु P पर कुल विद्युत क्षेत्र की तीव्रता :-

समी० (1) से :-

$$\boxed{\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\rho V}{r^2} \cdot \hat{r}}$$

→ (द्विध्रुव आघूर्ण) (Dipole moment :- यदि दो बराबर या विपरीत आवेश बिन्दु किसी अल्प दूरी पर स्थित हो तो इस निकाय को विद्युत द्विध्रुव कहते है।



द्विध्रुव आघूर्ण :- किसी द्विध्रुव के द्विध्रुव आघूर्ण P का परिणामी किसी एक आवेश के मान तथा दोनों आवेशों के बीच की दूरी के गुणनफल के बराबर होता है अर्थात

$$P = q \times 2a$$

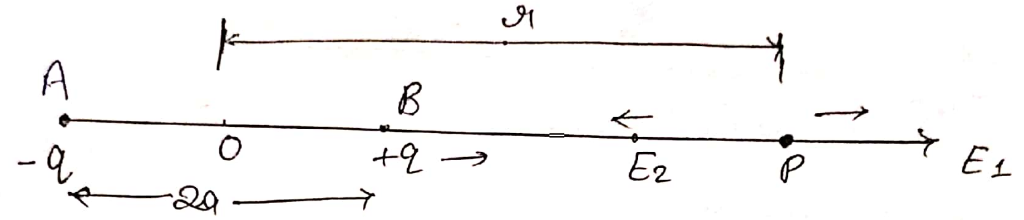
(1) अनुदैर्घ्य अथवा अक्षीय स्थिति में द्विध्रुव के कारण विद्युत क्षेत्र।

④

② अनुप्रस्थ अथवा निरक्षीय स्थिति में द्विध्रुव के कारण विद्युत क्षेत्र।

③ किसी अन्य दिशा में द्विध्रुव के कारण विद्युत क्षेत्र।

① अनुदैर्ध्य अथवा अक्षीय स्थिति में द्विध्रुव के कारण विद्युत क्षेत्र!-



माना एक विद्युत द्विध्रुव AB है जिसके आवेश $-q$ तथा $+q$ है तथा इसके बीच की दूरी $2a$ है। द्विध्रुव ऐसे माध्यम में रखा है जिसका परावैद्युतांक K है। द्विध्रुव के मध्य बिंदु O से r दूरी पर इसकी अक्षीय स्थिति में एक बिंदु P है जहाँ हमें विद्युत क्षेत्र की गणना करनी है।

स्पष्ट है कि $+q$ आवेश से बिंदु P की दूरी $BP=(r-a)$ तथा $-q$ आवेश से बिंदु P की दूरी $AP=(r+a)$ है।

$+q$ आवेश के कारण बिन्दु P पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता :-

$$\vec{E_1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \cdot \frac{q}{(BP)^2}$$

$$\Rightarrow \vec{E_1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \cdot \frac{q}{(r-a)^2} \quad \text{— (1)}$$

$-q$ आवेश के कारण बिंदु P पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$\vec{E_2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \cdot \frac{q}{(AP)^2}$$

$$\Rightarrow \vec{E_2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \cdot \frac{q}{(r+a)^2} \quad \text{— (2)}$$

अतः बिन्दु पर परिणामी तीव्रता :-

$$\Rightarrow \vec{E} = \vec{E_1} - \vec{E_2}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \frac{q}{(r-a)^2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \frac{q}{(r+a)^2}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 K}\left[\frac{1}{(r-a)^2} - \frac{1}{(r+a)^2}\right]$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 K}\left[\frac{\cancel{r^2} + \cancel{a^2} + 2ra - \cancel{r^2} - \cancel{a^2} + 2ra}{(r^2-a^2)^2}\right]$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 K}\left[\frac{4ra}{(r^2-a^2)^2}\right]$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \frac{q\,2a\,2 r}{(r^2-a^2)^2} \qquad \left[\because P = q.2a\right.$$

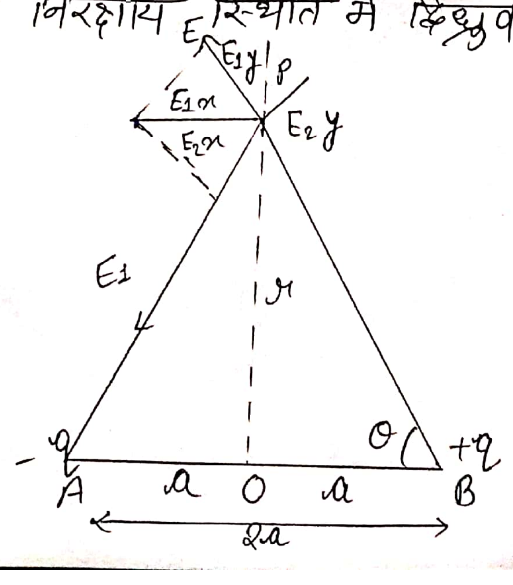
$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{1\ 2Pr}{4\pi\epsilon_0 K(r^2-a^2)^2}$$

यदि $r >>>> a$ हो, तब

$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{2Pr}{4\pi\epsilon_0 K(r^2)^2}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{1\times 2P\cancel{r}}{4\pi\epsilon_0 K\, r^{\cancel{4}}} \Rightarrow \boxed{\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \cdot \frac{2P}{r^3}\ N/\text{Column}}$$

(2) अनुप्रस्थ अथवा निरक्षीय स्थिति में द्विध्रुव के कारण विद्युत क्षेत्र :-



(5)

माना विद्युत क्षेत्र AB है जिसके आवेश $-q$ और $+q$ है इनके बीच की दूरी $2a$ है। द्विध्रुव ऐसे माध्यम में रखा गया है जिसका परावैद्युतांक K है। द्विध्रुव के मध्य बिंदु O से r दूरी पर इसकी निरक्षीय स्थिति में एक बिंदु P है, जहाँ हमें विद्युत क्षेत्र की गणना करनी है।

AB घटक के अनुदिश एवं लम्बवत घटक

$$AP = BP$$

<u>पाइथागोरस प्रमेय से :-</u>

ΔPOA में :-

$$AP = \sqrt{r^2+a^2}$$

$$BP = \sqrt{r^2+a}$$

$+q$ आवेश के कारण P पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता :-

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \cdot \frac{q}{(PB)^2}$$

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \cdot \frac{q}{(r^2+a^2)^2} \; [\, \vec{BP} \text{ की दिशा में}]$$

$-q$ आवेश के कारण P पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता :-

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \cdot \frac{q}{(AP)^2} \; [\, \vec{PA} \text{ की दिशा में}]$$

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \cdot \frac{q}{(r^2+a^2)}$$

E_1 का घटक $= E_1x \cdot E_1y$

E_2 का घटक $= E_2x \cdot E_2y$

$E_1y \cdot E_2y$ की दिशा विपरीत है अतः एक दूसरे को निष्फल कर देंगे।

अतः बिन्दु P पर परिणामी $E = E_{1x} + E_{2x}$

$$E_{1x} = E_1 \cos\theta$$

$$E_{2x} = E_2 \cos\theta$$

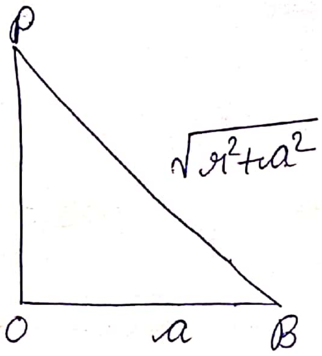
$$E = E_1 \cos\theta + E_2 \cos\theta$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 K} \cdot \frac{q}{(r^2+a^2)} \cos\theta + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 K} \cdot \frac{q}{(r^2+a^2)} \cos\theta$$

$$= 2\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 K}\left(\frac{\cos\theta}{r^2+a^2}\right)$$

$\triangle POB$ में :-

$$\cos\theta = \frac{OB}{BP} = \frac{a}{\sqrt{r^2+a^2}}$$



$$E = \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 K} \cdot \frac{\frac{a}{\sqrt{r^2+a^2}}}{(r^2+a^2)}$$

$$\Rightarrow E = \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 K} \cdot \frac{a}{(r^2+a^2)^{1/2}(r^2+a^2)}$$

$$\Rightarrow E = \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 K} \cdot \frac{a}{(r^2+a^2)^{3/2}}$$

$\because$ ($r >>>> a$ हो, तब :) when $r >>>> a$, then:-

$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{2qa}{4\pi\varepsilon_0 K (r^2)^{3/2}}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{2q \cdot a}{4\pi\varepsilon_0 K r^3} \quad [\because 2qa = P]$$

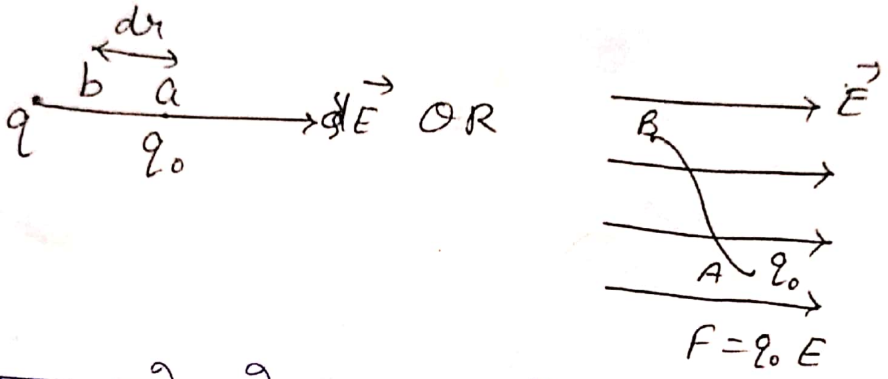
$$\Rightarrow \boxed{\vec{E} = \frac{P}{4\pi\varepsilon_0 K r^3}}$$

(6)

→ Gauss's law, electric potential and capacitances :-

(स्थैत विद्युत क्षेत्र में आवेश पर किया गया कार्य रेखीय समाकलन के रूप में)

work done a ~~one~~ charge in an Electrostatics fixed Expressed as a Line Integral :-



परीक्षण आवेश के कारण लगने वाला बल $F = q_0 \vec{E}$

माना कि q_0 a को b तक लाने में किया गया कार्य dw है

(कार्य = बल × विस्थापन) Word = Force × displacement

$$dw = -\vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$dw = -\int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{r} \quad \text{— (1)}$$

$$w = -\int_A^B q_0 \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$w = -q_0 \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

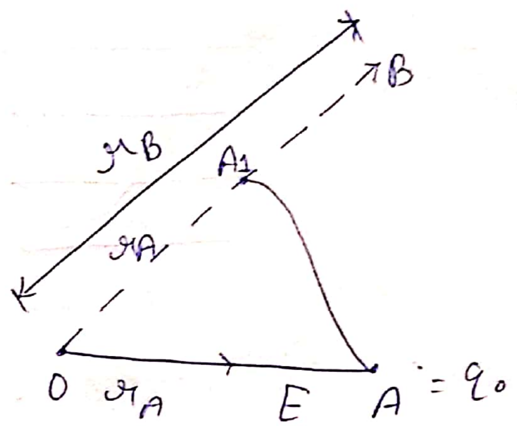
$$\frac{w}{q_0} = -\int_A^B \vec{E} \cdot dr$$

$$w' = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} \quad \text{— (2)}$$

(स्थैत विद्युत क्षेत्र की संरक्षी प्रकृति)

Conservative Nature of Electrostatics Field :-

यदि एकांक धन आवेश। को स्थैत विद्युत क्षेत्र में बिंदु A से B तक ले जाने में तथा B से A तक ले जाने में किया गया कार्य केवल बिन्दुओं की स्थिति (निर्देशांक) पर निर्भर करता है, मार्ग पर नहीं तो यह स्थैत विद्युत क्षेत्र संरक्षी बल क्षेत्र होगा ।



यहाँ O A के बीच की दूरी r_A है।
और O A_1 के बीच की दूरी r_A है
तथा O B के बीच की दूरी r_B है।

AB में जाने वाली मार्ग A A_1 B हो.

$$W'_{A\to B} = W'_{A\to A_1} + W'_{A_1\to B}$$

$$-\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{r} = -\int_A^{A_1} \vec{E}\cdot d\vec{r} - \int_{A_1}^{B} \vec{E}\cdot d\vec{r}$$

लेकिन $\int_A^{A_1} \vec{E}\cdot d\vec{r} = 0$

because:- AA_1 मार्ग के लिए $\vec{E}$ तथा $d\vec{r}$ परस्पर लंबवत है अर्थात इनके बीच का कोण 90° है तथा $\cos 90° = 0$ तथा A_1B के लिए $\vec{E}$, $d\vec{r}$ समान्तर है अर्थात इनके बीच का कोण 0° है तथा $\cos 0° = 1$ होता है।

$\because \vec{E}\cdot\vec{dr} = E\cdot dr\cos 0^\circ$

$\vec{E}\cdot\vec{dr} = E\cdot dr$

$$\cancel{-}\int_A^B \vec{E}\cdot dr = \cancel{-}\int_{A_1}^B \vec{E}\cdot dr$$

We know that :-

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 K}\cdot\frac{q}{r^2}$$

$OA_1 = r_A \quad , OB = r_B$ तब

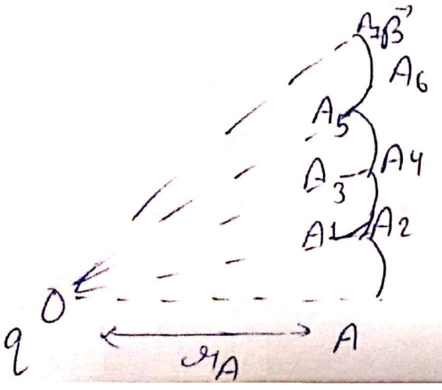
$$W'_{A\to B} = \int_{r_A}^{r_B} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 K}\frac{q}{r^2}\cdot dr$$

$$W'_{A\to B} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 K}\int_{r_A}^{r_B}\frac{1}{r^2}\,dr$$

$$W'_{A\to B} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 K}\left[\frac{-1}{r}\right]_{r_A}^{r_B}$$

$$W'_{A\to B} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 K}\left[\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right] \quad -(2)$$

इसी प्रकार मार्ग $A\to B$ को $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7$, B द्वारा ले जाया जाता है जहाँ $AA_1, A_2A_3, A_4A_5, A_6A_7$ आवेश q को केन्द्र मानकर B विभिन्न त्रिज्याओं के चाप हैं।



मार्ग $AA_1, A_2A_3, A_4A_5, A_6, A_7$ के कार्य शून्य होगा।

$$W'_{A\to B} = W'_{A\to A_2} + W'_{A_3\to A_4} + W'_{A_5\to A_6} + W'_{A_7\to B}$$

$$W'_{A\to B} = -\int_A^B \vec{E}\cdot\vec{dr}$$

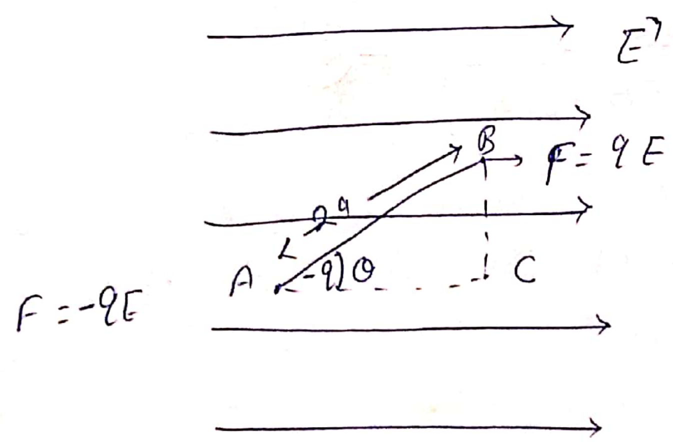
$$W'_{A\to B} = -\int_A^B \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 K}\cdot\frac{1}{r^2}\,dr$$

$$W'_{A\to B} = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 K}\int_A^B \frac{1}{r^2}\,dr$$

$$W'_{A\to B} = \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 K}\left[\frac{1}{r}\right]_{r_A}^{r_B}$$

$$W'_{A\to B} = \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 K}\left[\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right] \quad -(3)$$

V.V.Imp (एक समान विद्युत क्षेत्र में द्विध्रुव पर बल तथा बल आघूर्ण) Force and torque on a dipole in a uniform electric field !-



माना एक विद्युत द्विध्रुव AB है। जिसके आवेश $-q$ व $+q$ है तथा उनके बीच की दूरी $2a$ है।

विद्युत क्षेत्र के कारण $+q$ आवेश पर बल $F = qE$

$-q$ आवेश के कारण बल $F = -qE$

प्रत्यानयन बल आघूर्ण τ = बल × दोनों बलों के बीच की लम्बवत दूरी

$$\tau = qE \times BC \quad \text{— (1)}$$

समकोण ΔACB में

$$\sin\theta = \frac{\text{perpendicular}}{\text{Hypotenus}}$$

$$\sin\theta = \frac{BC}{2a}$$

$$BC = 2a \sin\theta$$

समी० (1) में मान रखने पर :-

$$\tau = qE \times 2a \sin\theta$$

$$\tau = q \times 2aE \sin\theta$$

लेकिन ~~आघ~~ द्विध्रुव आघूर्ण $\Rightarrow P \Rightarrow q \times 2a$

$$\therefore \tau = PE \sin\theta$$

यदि $\theta = 0°$ हो, तो :-

$$\tau = 0$$

यदि $\theta = 90°$ हो तो

$$\tau = \vec{P} \times \vec{E}$$

$$\Rightarrow \boxed{\tau_{max} = \vec{P} \times \vec{E}} \quad \text{— (2)}$$

V.Imp (विद्युत क्षेत्र की तीव्रता तथा विद्युत विभव में संबंध $\vec{E} = -\vec{\nabla}V$)

Relation between electric field and electric potential

$\vec{E} = -\vec{\nabla}V$:- ऐसे पृष्ठ को जिसके सभी बिंदुओं पर विद्युत विभव समान होता है, समविभव पृष्ठ कहते है।

विभिन्न समविभव पृष्ठों पर विभव भिन्न-भिन्न होता है। इसके अतिरिक्त विद्युत क्षेत्र ज्ञात होने पर उसके रेखीय समाकलन

द्वारा विभव फलन ज्ञात किया जा सकता है क्योंकि विद्युत क्षेत्र के किसी बिन्दु A पर विभव :-

$$V_A = -\int_{\infty}^{A} \vec{E}\cdot d\vec{r} \text{ होता है}$$

माना किसी विद्युत क्षेत्र में $\vec{E}$ में दो पास स्थित बिन्दुओं (x, y, z) तथा $(x+dx, y+dy, z+dz)$ पर विभव क्रमशः V तथा $V+dV$ है तो बिन्दु (x, y, z) से बिंदु $(x+dx, y+dy, z+dz)$ तक जाने में विभव फलन V में परिवर्तन को निम्न समी० द्वारा व्यक्त कर सकते हैं।-

$$dV = V_{(x+dx, y+dy, z+dz)} - V_{(x,y,z)}$$

$$= \frac{\partial V}{\partial x}dx + \frac{\partial V}{\partial y}dy + \frac{\partial V}{\partial z}dz$$

$$= \left(\hat{i}\frac{\partial V}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial V}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial V}{\partial z}\right)\cdot\left(\hat{i}\,dx + \hat{j}\,dy + \hat{k}\,dz\right)$$

$$= \vec{\nabla}V\cdot d\vec{r} \quad \text{—} (1)$$

लेकिन विभव के परिभाषानुसार :-

विभव फलन $V = -\int \vec{E}\cdot d\vec{r}$

अतः $dV = -\vec{E}\cdot d\vec{r}$

$$= -(\hat{i}E_x + \hat{j}E_y + \hat{k}E_z)\cdot(\hat{i}\,dx + \hat{j}\,dy + \hat{k}\,dz)$$

$$= -(E_x dx + E_y dy + E_z dz) \quad \text{—} (2)$$

समी० (1) तथा समी० से :-

$$\vec{\nabla}V\cdot \cancel{d\vec{r}} = -\vec{E}\cdot \cancel{d\vec{r}}$$

~~अतः $\vec{E}$ = $-\partial V$~~ अतः $\boxed{\vec{E} = -\vec{\nabla}V}$

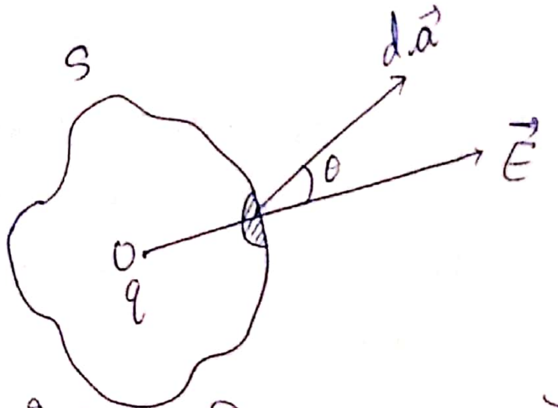
या $E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}$

$$\left.\begin{aligned} E_x &= -\frac{\partial V}{\partial x} \\ E_y &= -\frac{\partial V}{\partial y} \\ E_z &= -\frac{\partial V}{\partial z} \end{aligned}\right\} \text{—} (3)$$

किसी बिंदु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता उस बिंदु पर विभव फलन की दूरी के सापेक्ष ऋणात्मक प्रवणता के बराबर होता है।

V.Imp

Electric flux (विद्युत फ्लक्स) :- किसी विद्युत क्षेत्र में उपस्थित पृष्ठ से अभिलम्बवत दिशा मे गुजरने वाली कुल विद्युत बल रेखाओं की संख्या को उस पृष्ठ से संबंधित विद्युत फ्लक्स कहते है।



बिंदु O पर q से विद्युत क्षेत्र निकल रहा है। $d\vec{a}$ क्षेत्र से गुजरने वाली बल रेखाएं $d\phi$ हैं।

$$d\phi = \vec{E}\cdot d\vec{a}$$

$$\Rightarrow d\phi = E\cdot da\cos\theta \quad \text{—} (1)$$

संपूर्ण पृष्ठ में विद्युत फ्लक्स :-

$$\iint_S d\phi = \iint_S E\cdot da\cos\theta$$

$$\boxed{\phi = \iint_S \vec{E}\cdot d\vec{a} = \iint_S \vec{E}\cdot da\cos\theta}$$ यही विद्युत फ्लक्स के लिए सूत्र है।

Unit of ϕ: Nm^2/C

स्थितियां :- (1) पृष्ठ ⊥ विद्युत क्षेत्र है, तो $\theta = 0°$

समी॰ (2) से :-

$$\phi = \iint_S \vec{E} \cdot d\vec{a} \cos 0°$$

$$\phi_{max} = \iint_S \vec{E} \cdot da \quad \text{—— (3)}$$

(2) पृष्ठ समांतर विद्युत क्षेत्र है, तो $\theta = 90°$

$$\phi = \iint_S E \cdot da \cos 90°$$

$$\phi_{min} = 0$$

v.vamp

→ Gauss's Law and its application for founding $\vec{E}$ and $\vec{V}$:-

→ Gauss's Law :- किसी विद्युत क्षेत्र में उपस्थित किसी भी आकार के बंद पृष्ठ से होकर अभिलंबवत गुजरने वाला विद्युत फ्लक्स, पृष्ठ के भीतर उपस्थित कुल आवेश का $\frac{1}{\varepsilon_0}$ गुना होता है। अर्थात

$$\phi = \iint_S \vec{E} \cdot d\vec{a}$$

$$\Rightarrow \boxed{\phi = \frac{1}{\varepsilon_0} \Sigma q}$$

(1) जब आवेश पृष्ठ के अंदर स्थित हो :-

$$\phi = \iint_S \vec{E} \cdot d\vec{a}$$

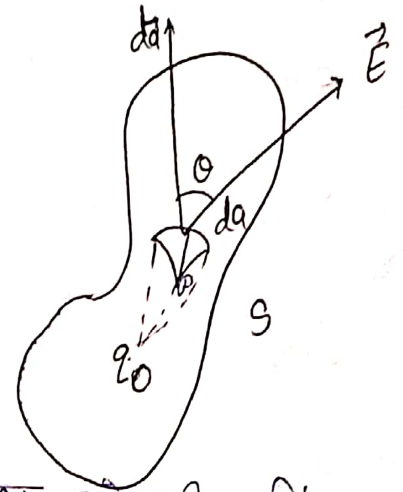
$$= \frac{1}{\varepsilon_0} \Sigma q$$

(2) जब आवेश पृष्ठ के बाहर हो :-

$$\phi = \iint_S \vec{E} \cdot d\vec{a} = 0$$

उत्पत्ति :-

(1) जब आवेश पृष्ठ के भीतर हो :-



माना कि एक बंद पृष्ठ S के भीतर बिंदु O पर आवेश q स्थित है। इस पृष्ठ पर कोई बिंदु P है। जिसके चारों ओर एक छोटा-सा क्षेत्रफल da चुना गया। क्षेत्र da की दिशा पृष्ठ के लम्बवत है। बिंदु P की स्थिति, बिंदु O से r दूरी पर है। बिंदु O पर स्थित आवेश q के कारण बिंदु P पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1}{r^2} \cdot \hat{r} \quad \text{—(1)} \quad \text{(OP की दिशा में)}$$

माना क्षेत्र $\vec{da}$ तथा वि॰ क्षे॰ $\vec{E}$ के बीच कोण θ है तो

क्षेत्र $\vec{da}$ से गुजरने वाला विद्युत फ्लक्स

$$d\phi = \vec{E} \cdot \vec{da}$$

$$d\phi = E \cdot da\cos\theta \quad \text{—(2)}$$

समी॰ (1) में E का मान रखने पर :-

$$\Rightarrow d\phi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \cdot da\cos\theta$$

$$\Rightarrow d\phi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{da\cos\theta}{r^2}$$

$$\Rightarrow d\phi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{da'}{r^2} \quad \left[\because da\cos\theta = da' \quad \because \frac{da'}{r^2} = dw\right]$$

$$\Rightarrow d\phi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot dw \quad \text{—(3)}$$

संपूर्ण क्षेत्र से निकलने वाली विद्युत फ्लक्स

$$\Rightarrow \Sigma d\phi = \Sigma \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} d\omega$$

$$\Rightarrow \phi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \Sigma d\omega$$

$$\Rightarrow \phi = \frac{q}{\cancel{4\pi}\varepsilon_0} \times \cancel{4\pi}$$

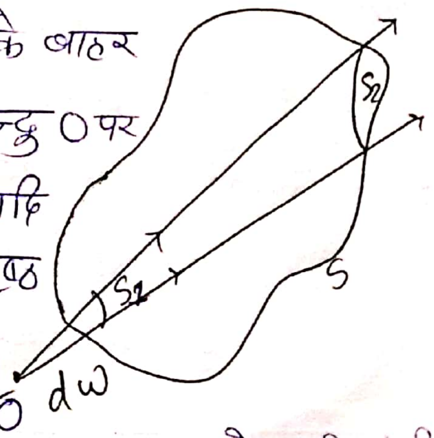
$$\Rightarrow \phi = \frac{1}{\varepsilon_0} q$$

माना संपूर्ण पृष्ठ पर आवेश $q_1, q_2, q_3, q_4 \ldots$ इत्यादि है तो

$$\Rightarrow \phi = \frac{1}{\varepsilon_0}(q_1 + q_2 + q_3 \ldots + q_n)$$

$$\Rightarrow \boxed{\phi = \frac{1}{\varepsilon_0} \Sigma q} \quad \text{—(4)}$$ Gauss's Law

② जब आवेश पृष्ठ के बाहर स्थित हो :-



माना कि आवेश q, बंद पृष्ठ S के बाहर किसी बिंदु O पर स्थित है बिन्दु O पर घन कोण dω बनाते हुए यदि एक शंकु खींचा जाए तो बंद पृष्ठ की प्रथम सतह को क्षेत्रफल S_1 पर तथा द्वितीय सतह को S_2 पर काटता है तो ~~क्षे. S_1~~ हम देखते हैं कि क्षे. S_1 से होकर जाने वाला विद्युत फ्लक्स, पृष्ठ में भीतर की ओर है तथा क्षे. S_2 से होकर जाने वाली वि. फ्लक्स पृष्ठ के बाहर की ओर स्थित है।

क्षेत्रफल S_1 से होकर गुजरने वाला विद्युत फ्लक्स $= \frac{-Q\,d\omega}{4\pi\varepsilon_0}$

तो S_1 से होकर गुजरने वाला विद्युत फ्लक्स $= \frac{Q\,d\omega}{4\pi\varepsilon_0}$

अतः S_1 व S_2 से घिरे बंद पृष्ठ से होकर जाने वाले कुल विद्युत फ्लक्स

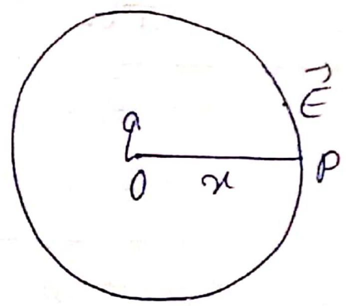
$$d\phi = -\frac{\cancel{Q\,d\omega}}{4\pi\varepsilon_0} + \frac{\cancel{Q\,d\omega}}{\cancel{4\pi\varepsilon_0}}$$

$$d\phi = 0$$

अतः बाहर स्थित आवेश के कारण संपूर्ण बंद पृष्ठ से गुजरने वाले विद्युत फ्लक्स का मान शून्य होता है।

Importance:-

विद्युत क्षेत्र की तीव्रता:-



संपूर्ण विद्युत फ्लक्स

$$\phi = \iint_S \vec{E}\cdot d\vec{a}$$

$$\phi = E\iint_S d\vec{a}$$ [∵ पृष्ठ का क्षेत्रफल $d\vec{a} = 4\pi x^2$]

$$\phi = E\,4\pi x^2 \quad \text{—— (1)}$$

According to Gauss's law:-

$$\phi = \frac{1}{\varepsilon_0}\Sigma q \quad \text{—— (2)}$$

eq. (1) and (2):-

$$E\cdot 4\pi x^2 = \frac{1}{\varepsilon_0} q$$

$$\Rightarrow \boxed{E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{x^2}} \quad \text{—— (3)}$$

विद्युत विभव :-

बिंदु P पर विभव $V = \int_{\infty}^{x} E \cdot dx$

$$V = -\int_{\infty}^{x} \frac{q}{4\pi\epsilon_0 x^2} \cdot dx$$

$$V = \frac{-q}{4\pi\epsilon_0} \int_{\infty}^{x} \frac{1}{x^2} dx$$

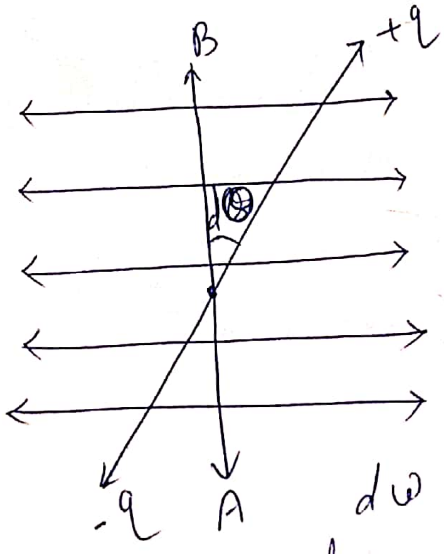
$$V = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{x}\right]_{\infty}^{x}$$

$$\Rightarrow \boxed{V = \left(-\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{x}\right)}$$

→ एक समान विद्युत द्विध्रुव को घुमाने में किया गये कार्य के लिए व्यंजक निगमित करना या $\omega = PE(1-\cos\theta)$:-

(τ के लिए पहले निकालना है) :-

Proof :-



माना कि एक समान विद्युत द्विध्रुव में द्विध्रुव को $d\theta$ घुमाने में किया गया कार्य

dw = प्रत्यानयन बल आघूर्ण × दूरी

$$dw = \tau \times d\theta$$

$$dw = PE \sin\theta \, d\theta$$

संपूर्ण क्षेत्र में घुमाने में किया गया कार्य :-

$$\Rightarrow \int dw = \int_{0}^{\theta} PE \sin\theta \, d\theta$$

(12)

$$W = PE \int_0^\theta \sin\theta \, d\theta$$

$$= PE [-\cos\theta]_0^\theta$$

$$= PE [-\cos\theta + \cos 0^\circ]$$

$$\Rightarrow \boxed{W = PE[1 - \cos\theta]}$$

③ (स्थितिज ऊर्जा) Potential Energy :- विद्युत द्विध्रुव की मानक स्थिति $(\theta = \pi/2)$ से वर्तमान स्थिति तक घुमाने में किया गया कार्य (स्थितिज ऊर्जा) Potential Energy कहलाता है।

$$W = \int_{\pi/2}^{\theta} PE \sin\theta \, d\theta$$

$$W = PE \int_{\theta}^{\pi/2} \sin\theta \, d\theta$$

$$W = PE [-\cos\theta]_{\theta}^{\pi/2}$$

$$W = PE [-\cos \pi/2 + \cos\theta]$$

$$W = PE [-\cos\theta]$$

$$\Rightarrow \boxed{U/W = -PE\cos\theta}$$